PROFESSOR DANILO *OS ESPELHOS ESFÉRICOS – TERCEIRO ANO – 17/03/2020*

FOLHA 06

EXERCÍCIOS – ESPELHOS ESFÉRICOS

1. (Famerp 2020) No dia 20 de junho de 1969, o ser humano caminhou pela primeira vez na superfície lunar. Em uma das fotos registradas nesse dia pode-se ver uma imagem direita e menor formada pela superfície convexa do visor do capacete do astronauta Edwin Aldrin, que funciona como um espelho.

(www.correiobraziliense.com.br.)

Essa imagem é
a) real e o objeto se encontra além do centro de curvatura do espelho.
b) virtual e independe da localização do objeto.
c) virtual e o objeto se encontra entre o espelho e seu foco principal.
d) real e o objeto se encontra entre o espelho e seu foco principal.
e) real e independe da localização do objeto.

2. (Mackenzie 2019)

Foto: Matthew Henry

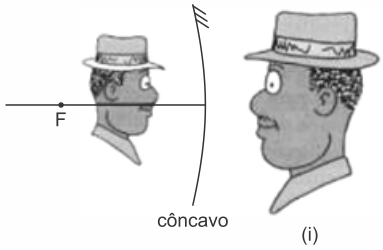
O espelho bucal, utilizado por dentistas, é um instrumento que pode ser feito com um espelho plano ou esférico.
Um dentista, a fim de obter uma imagem ampliada de um dente específico, deve utilizar um espelho bucal
a) côncavo, sendo colocado a uma distância do dente menor que a distância focal.
b) côncavo, sendo colocado a uma distância do dente entre o foco e o centro de curvatura.
c) convexo, sendo colocado a uma distância do dente entre o foco e o centro de curvatura.
d) plano.
e) convexo, sendo colocado a uma distância do dente menor que a distância focal.

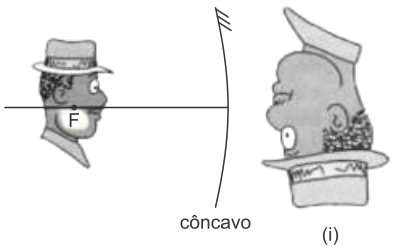
3. (Fatec 2019) A figura apresenta a obra de litogravura "Mão com esfera refletora" (1935), do artista gráfico holandês Maurits Cornelis Escher (1898–1972), que se representou por uma imagem refletida em uma esfera.

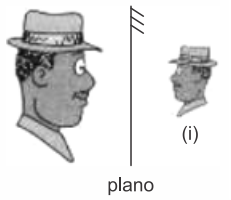
<https://tinyurl.com/yardzola> Acesso em: 15.10.2018.

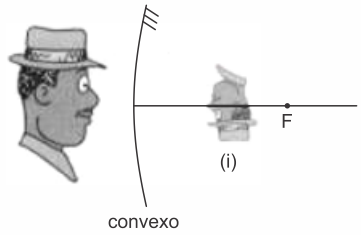
Sendo o artista o objeto refletido na superfície dessa esfera, podemos afirmar corretamente, sobre essa imagem formada, que se
a) assemelha à classificação exata de uma imagem observada em uma lente delgada convergente.
b) assemelha à classificação exata de uma imagem observada em um espelho côncavo.
c) classifica em menor, direita e real.
d) posiciona entre o foco e o vértice da face refletora.
e) posiciona entre o raio de curvatura e o vértice da face refletora.

4. (Ufu 2019) Uma pessoa vai até um museu de ciências e numa sala de efeitos luminosos se posiciona frente a diferentes tipos de espelhos (côncavo, convexo e plano). Qual situação a seguir representa a correta imagem (i) que é possível essa pessoa obter de si própria?

a)


b)


c)


d)


5. (Uemg 2019) Ao posicionar a mão à frente de um espelho esférico, Alice verificou a imagem da sua mão conforme a figura a seguir

Disponível em: https://www.pasco.com/images/products/se/se7573_enlrg_169161.jpg Acesso: 11 dez. 2018.

O tipo de imagem formada da mão e o espelho utilizado são, respectivamente:
a) Virtual e côncavo.
b) Virtual e convexo.
c) Real e convexo.
d) Real e côncavo.

6. (Uepg-pss 3 2019) Um objeto real, de $2\,cm$ de altura, encontra-se a $20\,cm$ de um espelho. Considerando que o meio onde o objeto e o espelho se encontram é o ar, assinale o que for correto.
01) Se o espelho for plano, de espessura desprezível, a distância entre o objeto e a sua imagem é de $40\,cm$.
02) Se o espelho for um espelho esférico côncavo, com uma distância focal de $15\,cm$, o tamanho da imagem formada é de $6\,cm$.
04) Se a ampliação da imagem for igual a $1/4$, pode-se concluir que se trata de um espelho esférico convexo.
08) Se o objeto se aproximar do espelho plano, com uma velocidade constante, a imagem do objeto irá se afastar do espelho também com velocidade constante.

7. (G1 - ifsul 2019) Um objeto real linear é colocado a $60\,cm$ de um espelho esférico, perpendicularmente ao eixo principal. A altura da imagem fornecida pelo espelho é 4 vezes maior que o objeto e é virtual. Com base nisso, é correto afirmar que esse espelho e a medida do seu raio de curvatura são, respectivamente,
a) convexo e $160\,cm$.
b) côncavo e $80\,cm$.
c) convexo e $80\,cm$.
d) côncavo e $160\,cm$.

8. (Eear 2019) Uma árvore de natal de $50\,cm$ de altura foi colocada sobre o eixo principal de um espelho côncavo, a uma distância de $25\,cm$ de seu vértice. Sabendo-se que o espelho possui um raio de curvatura de $25\,cm$, com relação a imagem formada, pode-se afirmar corretamente que:
a) É direita e maior do que o objeto, estando a $20\,cm$ do vértice do espelho.
b) É direita e maior do que o objeto, estando a $25\,cm$ do vértice do espelho.
c) É invertida e maior do que o objeto, estando a $25\,cm$ do vértice do espelho.
d) É invertida e do mesmo tamanho do objeto, estando a $25\,cm$ do vértice do espelho.

9. (Ita 2019) A imagem de um objeto formada por um espelho côncavo mede metade do tamanho do objeto.

Se este é deslocado de uma distância de $15\,cm$ em direção ao espelho, o tamanho da imagem terá o dobro do tamanho do objeto. Estime a distância focal do espelho e assinale a alternativa correspondente.

a) $40\,cm$

b) $30\,cm$

c) $20\,cm$

d) $10\,cm$

e) $5\,cm$

10. (Uepg 2019) Um objeto real, localiza-se sobre o eixo principal de um espelho esférico côncavo e a uma distância de $15\,cm$ de seu vértice. Considerando que o raio desse espelho é $20\,cm$, assinale o que for correto.

01) A imagem do objeto localiza-se a $10\,cm$ do centro de curvatura do espelho.
02) A imagem do objeto produzida pelo espelho é duas vezes menor que o objeto.
04) A imagem do objeto é invertida.
08) Para o espelho em questão, o foco principal é real.
16) A imagem do objeto é virtual.

11. (G1 - ifce 2019) Como atividade extraclasse, um aluno do IFCE resolveu gravar um vídeo no qual utilizou-se de um espelho para representar suas emoções. Num trecho específico do vídeo ele dizia que se sentia grande, com o dobro de seu tamanho. Em outro momento ele afirmava que sua vida estava ao contrário do que devia ser e mostrava uma imagem invertida. Por fim, dizia que na situação atual do país ele não tinha nenhuma referência política para se espelhar e, colocava-se a uma posição tal do espelho que sua imagem se situava no 'infinito'.
De acordo com o enunciado, é **correto** afirmar-se que
a) o espelho usado pelo aluno era convexo.
b) não é possível saber que tipo de espelho o aluno usava, podendo ser côncavo ou convexo.
c) o espelho usado pelo aluno era côncavo.
d) não restam dúvidas de que o espelho era plano.
e) não é possível que um único espelho produza todas as imagens mencionadas no texto.

12. (Pucrs 2018) O edifício *20 Fenchurch Street*, localizado em Londres e conhecido como *Walkie Talkie*, tem causado diversos problemas para a sua vizinhança. Moradores e funcionários da região têm argumentado que, desde a sua construção, os ventos estão mais intensos nas imediações do prédio. Além disso, houve registros de carros estacionados nas proximidades do prédio que tiveram suas pinturas danificadas e suas peças derretidas por conta da reflexão da luz solar ocasionada pelo arranha-céu.
Os carros foram danificados porque pelo menos uma das faces do prédio tem formato semelhante a
a) um espelho côncavo. b) um espelho convexo.
c) uma lente divergente. d) uma lente convergente.

13. (Cesgranrio 1992) Um objeto de altura h é colocado perpendicularmente ao eixo principal de um espelho esférico côncavo.

Estando o objeto no infinito, a imagem desse objeto será:

a) real, localizada no foco.
b) real e de mesmo tamanho do objeto.
c) real, maior do que o tamanho do objeto.
d) virtual e de mesmo tamanho do objeto.
e) virtual, menor do que o tamanho do objeto.

14. (Fuvest 1992) A imagem de um objeto forma-se a 40 cm de um espelho côncavo com distância focal de 30 cm. A imagem formada situa-se sobre o eixo principal do espelho, é real, invertida e tem 3 cm de altura.

a) Determine a posição do objeto.

b) Construa o esquema referente à questão representando objeto, imagem, espelho e raios utilizados e indicando as distâncias envolvidas.

15. (Ita 2019) Um espelho côncavo de distância focal $12\,cm$ reflete a imagem de um objeto puntiforme situado no seu eixo principal a $30\,cm$ de distância. O objeto, então, inicia um movimento com velocidade $\vec{v}_0$ de módulo $9{,}0\,m/s$. Determine o módulo e o sentido do vetor velocidade inicial da imagem, $\vec{v}_i$, nos seguintes casos

a) o objeto desloca-se ao longo do eixo principal do espelho.

b) o objeto desloca-se perpendicularmente ao eixo principal do espelho.

16. (Ita 2018) Dois espelhos esféricos interdistantes de $50\,cm$, um côncavo, E_1, e outro convexo, E_2, são dispostos coaxialmente tendo a mesma distância focal de $16\,cm$. Uma vela é colocada diante dos espelhos perpendicularmente ao eixo principal, de modo que suas primeiras imagens conjugadas por E_1 e E_2 tenham o mesmo tamanho. Assinale a opção com as respectivas distâncias, em cm, da vela aos espelhos E_1 e E_2.

a) 25 e 25
b) 41 e 9
c) 34 e 16
d) 35 e 15
e) 40 e 10

RESPOSTAS

1. B **2.** A **3.** D **4.** A **5.** A

6. 01 + 02 + 04 = 07.

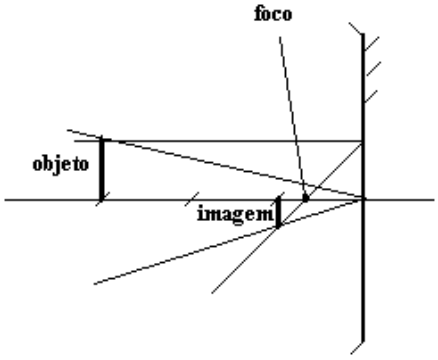
7. D **8.** D **9.** D

10. 01 + 04 + 08 = 13.

11. C **12.** A **13.** A

14. a) $p = 120$ cm.

b)



15. a) $|\vec{v_i}| = 4\,m/s$, com sentido oposto ao movimento do objeto.

b) $|\vec{v_i}| = 6\,m/s$, com sentido oposto ao movimento do objeto.

16. B

TRANSLAÇÃO DE ESPELHOS PLANOS

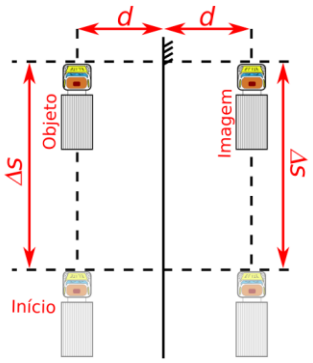
Vamos estudar a relação da velocidade da imagem de um objeto com a velocidade do espelho e a velocidade do objeto. Para isso, podemos analisar o problema de duas maneiras: uma vetorial, tal como foi feito em sala de aula, e outra geométrica.
Para apresentar uma outra maneira, talvez mais simples, vamos apresentar aqui apenas a análise geométrica.

ANÁLISE GEOMÉTRICA

Vamos dividir o problema estudando o movimento somente do objeto e depois somente da imagem e por fim compor o movimento final que considera o movimento do objeto e do espelho.

OBJETO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO ESPELHO

Imagine um caminhão de fronte do espelho e se move ao longo do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual à velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



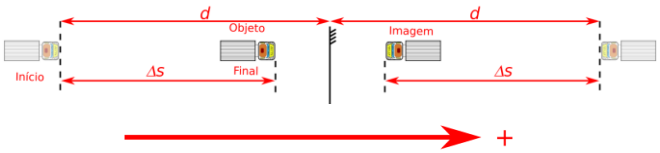
Observe que se o objeto se desloca Δs, a imagem se desloca da mesma quantidade Δs. Logo concluímos que:

$$V_{//\,objeto} = V_{//\,imagem} \qquad (1)$$

O símbolo "//" representa "paralelo", isto é, $V_{//\,objeto}$ é a velocidade do objeto paralela ao espelho e $V_{//\,imagem}$ é a velocidade da imagem paralela ao espelho.

OBJETO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO ESPELHO

Seja este mesmo caminhão agora se aproximando do espelho. Nesse caso, a velocidade da imagem é igual ao módulo da velocidade do objeto, pois a distância percorrida pelo objeto é igual à distância percorrida pela sua imagem. Veja isso em dois instantes diferentes:



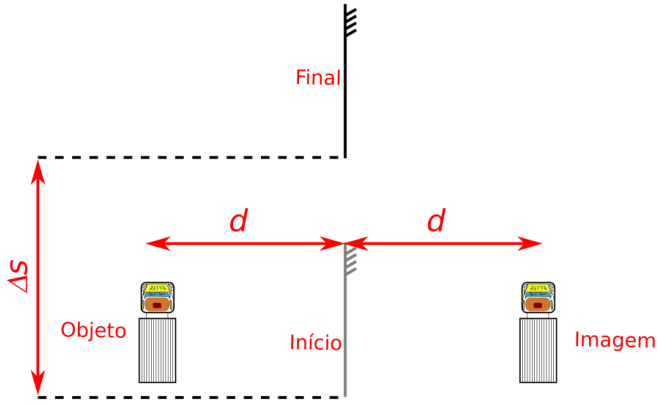
Observe que se a imagem se desloca Δs, a imagem se desloca da mesma quantidade Δs. Podemos dizer então que:

$$V_{\perp\,objeto} = -V_{\perp\,imagem} \qquad (2)$$

Aqui, o símbolo "$\perp$" quer dizer "perpendicular ao espelho", assim a velocidade do objeto na direção perpendicular ao espelho é $V_{\perp\,objeto}$ e a velocidade da imagem, na direção perpendicular ao espelho, é $V_{\perp\,imagem}$. Observe também que, em módulo, a velocidade da imagem é igual à do objeto, porém elas estão em sentidos opostos, por isso há um sinal negativo na equação (2).

ESPELHO SE MOVENDO PARALELAMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

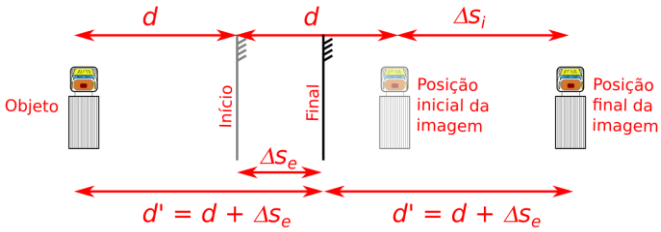
Ainda pensando no esquema anterior, pense no caminhão parado e o espelho se movendo com velocidade $V_{//\,espelho}$. O que acontece com a imagem do caminhão?



A resposta é: NADA. Ou seja, a imagem do caminhão não muda sua posição quando o espelho se move na direção indicada, assim o movimento do espelho ao longo de seu plano não influencia na posição da imagem.

ESPELHO SE MOVENDO PERPENDICULARMENTE AO SEU PRÓPRIO PLANO

Agora suponha que o espelho esteja indo para a direita $V_{\perp\,espelho}$. O que acontece com a imagem do caminhão?



Observe a imagem acima e note que:

$$d + d + \Delta s_i = d' + d' \Rightarrow$$
$$2d + \Delta s_i = 2d' \Rightarrow$$
$$2d + \Delta s_i = 2(d + \Delta s_e) \Rightarrow$$
$$\Delta s_i = 2\Delta s_e$$

Com isso podemos dizer que a velocidade da imagem é o dobro da velocidade do espelho, portanto:

$$V_{\perp\,imagem} = 2V_{\perp\,espelho} \qquad (3)$$

Note que não há sinal negativo na relação, como na equação (2), isso porque a velocidade da imagem é na mesma direção e sentido que a velocidade do espelho.

SOBREPONDO TODOS OS EFEITOS

Agora, imagine que tanto objeto como espelho se movam. Podemos fazer uma composição de movimento:

1. Considere que o objeto possui velocidade $V_{//\,objeto}$ paralela ao espelho e $V_{\perp\,objeto}$ a velocidade perpendicular ao espelho. Isso implica que a velocidade da imagem é $V_{//\,imagem} = V_{//\,objeto}$ paralela ao espelho e $V_{\perp\,imagem} = -V_{\perp\,objeto}$.

2. Se o espelho se move com velocidade $V_{\perp\,espelho}$ na direção perpendicular ao seu plano, a velocidade da imagem será $V_{\perp\,imagem} = 2V_{\perp\,espelho}$.

3. Por superposição, a velocidade da imagem deve ser a soma das velocidades da imagem devido aos movimentos do espelho e do objeto, assim a velocidade da imagem será:

$$\boxed{V_{//\,imagem} = V_{//\,objeto}} \qquad (4)$$

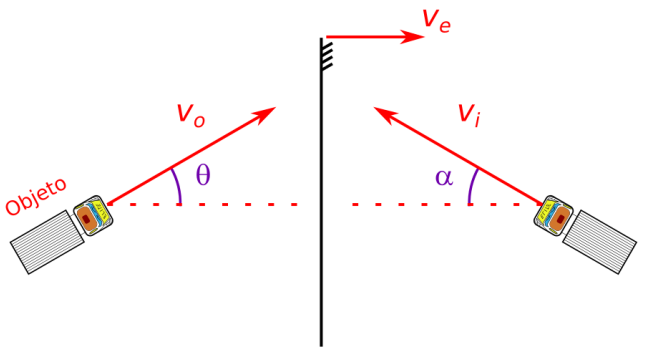
e

$$V_{\perp\,imagem} = 2V_{\perp\,espelho} - V_{\perp\,objeto} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{\perp\,espelho} = \frac{V_{\perp\,imagem} + V_{\perp\,objeto}}{2}} \qquad (5)$$

Note que a velocidade do espelho ao longo se seu plano, isto é, $V_{//\,espelho}$, não é relevante neste caso.

Vamos para um exemplo:
Seja um caminhão se aproximando com velocidade de 30 m/s na direção indicada na figura abaixo com $\theta = 30°$. O espelho se move para a direita com 10 m/s. Determine:



a) $V_{//\,objeto}$ e $V_{\perp\,objeto}$.
b) $V_{//\,imagem}$.
c) $V_{\perp\,imagem}$.
d) O ângulo α.
e) o módulo da velocidade da imagem.

RESOLUÇÃO:
a) Decompomos a velocidade do objeto:

$$V_{//\,objeto} = v_0 \operatorname{sen}\theta \Rightarrow$$

$$V_{//\,objeto} = 30 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{//\,objeto} = 15 \text{ m/s}}$$

Agora para a outra direção:

$$V_{\perp\,objeto} = v_0 \cos\theta \Rightarrow$$

$$V_{\perp\,objeto} = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{\perp\,objeto} = 15\sqrt{3} \text{ m/s}}$$

b) A velocidade da imagem, paralela ao espelho, é igual à velocidade do objeto na direção paralela ao espelho:

$$\boxed{V_{//\,imagem} = V_{//\,objeto} = 15 \text{ m/s}}$$

c) Para calcular $V_{\perp\,imagem}$, usamos a equação (5):

$$V_{\perp\,espelho} = \frac{V_{\perp\,imagem} + V_{\perp\,objeto}}{2} \Rightarrow$$

$$10 = \frac{V_{\perp\,imagem} + 15\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{\perp\,imagem} = 5(4 - 3\sqrt{3}) \text{ m/s}}$$

d) Vamos usar a tangente de α:

$$\tan\alpha = \frac{v_{y\,imagem}}{v_{x\,imagem}} \Rightarrow$$

$$\tan\alpha = \frac{|V_{//\,imagem}|}{|V_{\perp\,imagem}|} \Rightarrow$$

$$\tan\alpha = \frac{15}{5(3\sqrt{3} - 4)} \Rightarrow$$

$$\boxed{\alpha = \arctan\left(\frac{3}{3\sqrt{3} - 4}\right)}$$

Note que como $3\sqrt{3} > 4$, o módulo de $V_{\perp\,imagem}$ é $5(3\sqrt{3} - 4)$.

e) Por fim, para determinarmos a velocidade da imagem utilizamos o Teorema de Pitágoras:

$$v_i^2 = V_{//\,imagem}^2 + V_{\perp\,imagem}^2 \Rightarrow v_i^2 = 15^2 + \left(5(4 - 3\sqrt{3})\right)^2 \Rightarrow$$

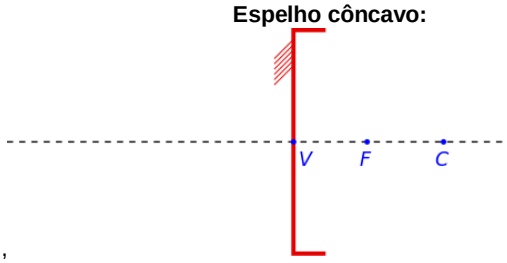
$$v_i^2 = 225 + 25(4 - 3\sqrt{3})^2 \Rightarrow v_i^2 = 225 + 25(16 - 12\sqrt{3} + 27) \Rightarrow$$

$$v_i^2 = 225 + 400 - 300\sqrt{3} + 675 \Rightarrow v_i^2 = 1300 - 300\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\boxed{v_i = 10\sqrt{13 - 3\sqrt{3}} \text{ m/s}}$$

ELEMENTOS DOS ESPELHOS ESFÉRICOS

Espelho côncavo:



,

Figura 1: Espelho esférico convexo.

Os pontos a seguir são válidos para todos os eespelhos.
V: vértice do espelho
F: foco
C: centro do espelho
Linha tecejada: eixo principal.

Espelho convexo:

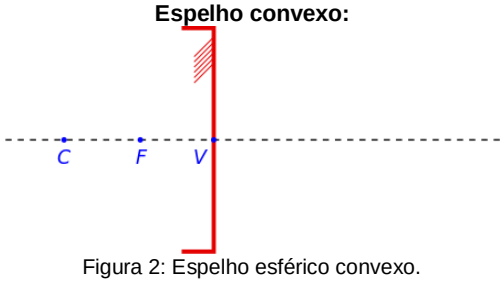


Figura 2: Espelho esférico convexo.

LOCALIZANDO EIXO SECUNDÁRIO

ESPELHO CÔNCAVO

Seja um raio incidente num espelho esférico côncavo tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

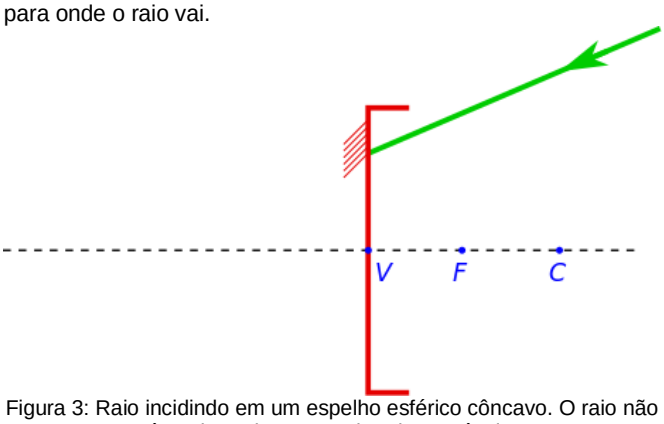


Figura 3: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raios notáveis.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio secundário passando pelo centro C do espelho, conforme figura 4, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 5.
- Por fim, o raio incidente irá passar pelo foco secundário assim obtido, conforme figura 6.

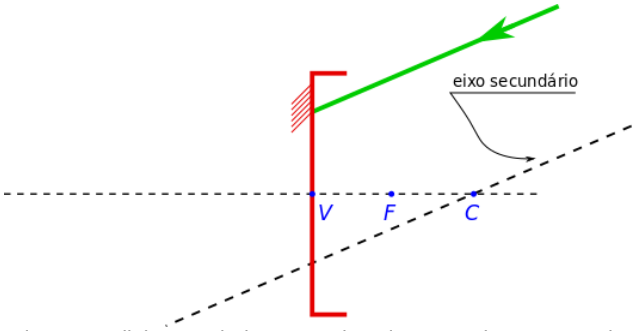


Figura 4: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

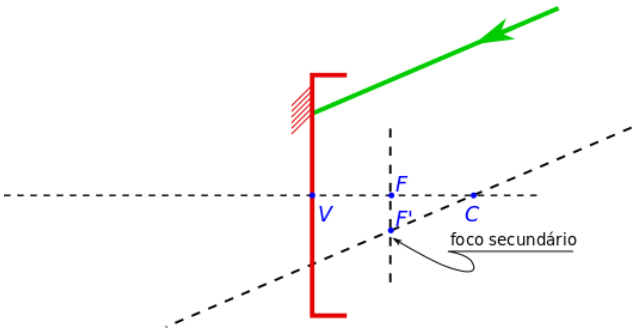


Figura 5: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

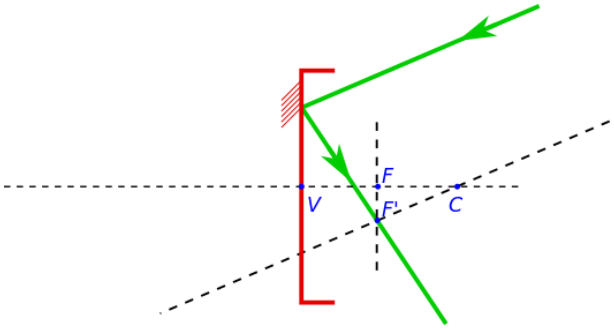


Figura 6: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá passar pelo foco secundário.

<u>Chamamos de F' o foco sercundário localizado no eixo secundário do espelho esférico côncavo.</u>

ESPELHO CONVEXO

O processo é praticamente o mesmo, mas vamos repeti-lo.
Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.
Seja um raio incidente num espelho esférico tal como na figura a seguir. Note que este raio, pelo que se pode perceber pela figura, não é um raio notável, assim não podemos saber a priori para onde o raio vai.

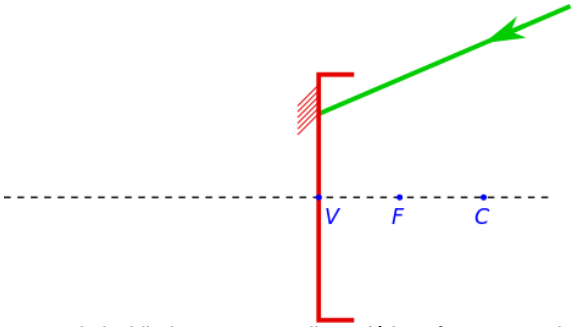


Figura 7: Raio incidindo em um espelho esférico côncavo. O raio não é nenhum dos casos de raios notáveis.

Para sabermos onde este raio vai utilizamos um eixo secundário e determinamos um foco secundário, assim o raio passará pelo foco secundário. Vamos ao método:

- Trace uma linha tracejada paralela ao raio secundário passando pelo centro C do espelho, conforme figura 8, assim você terá obtido o eixo secundário;
- Trace uma linha também tracejada perpendicular ao eixo principal passando pelo foco. O encontro das duas retas é o local onde se encontra o foco secundário, conforme figura 9.
- Por fim, o raio incidente <u>sairá na direção do foco secundário</u> assim obtido, conforme figura 10.

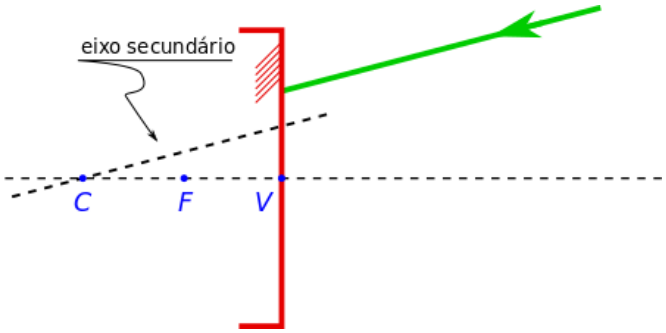


Figura 8: A linha tracejada passando pelo centro de curvatura do espelho e é paralela ao raio incidente corresponde ao eixo secundário.

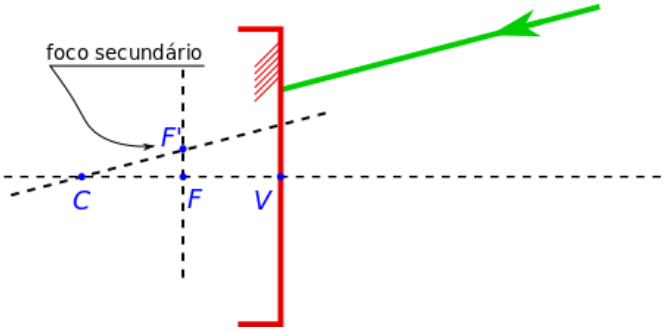


Figura 9: Ao traçarmos a linha vertical obtemos o foco secundário, pois este é a interseção entre o eixo secundário essa reta vertical.

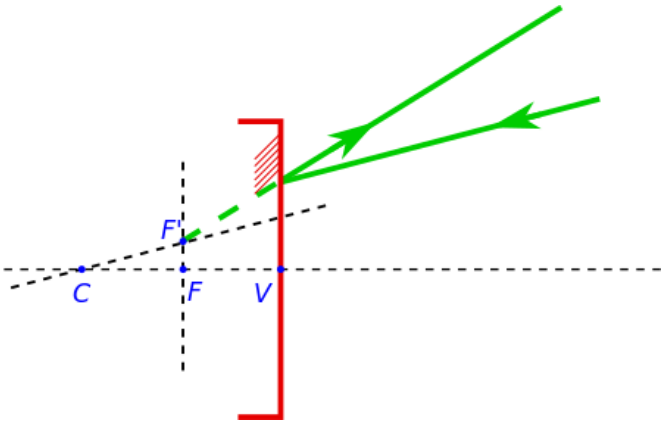


Figura 10: O raio incidente, que é paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido irá sair na direção do foco secundário, uma vez que é um espelho esférico convexo.

<u>Chamamos de F' o foco sercundário localizado no eixo secundário do espelho esférico convexo.</u>

RESUMINDO

Note que podemos ter novos raios notáveis. Resumindo para o caso dos espelhos côncavos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai passando pelo foco secundário;
- Um raio que incide passando pelo foco secundário sai paralelo ao eixo secundário.

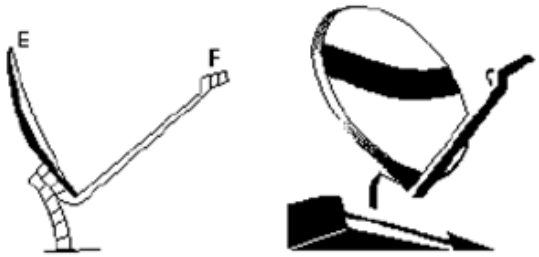
Agora para espelhos convexos:

- Um raio que incide paralelo ao eixo secundário, ao ser refletido, sai na direção do foco secundário;
- Um raio que incide na direção do foco secundário, ao ser refletido, sai paralelo ao eixo secundário.

Note que o “centro de curvatura secundário” continua sendo no mesmo lugar, como tinha que ser.
Por fim, lembre-se que estamos falando de um espelho esférico gaussiano, ou seja, válido apenas para a aproximação paraxial (ângulos pequenos).

CAIU NO VESTIBULAR

(UFSCAR) Os refletores das antenas parabólicas funcionam como espelhos esféricos para a radiação eletromagnética emitida por satélites retransmissores, localizados em órbitas estacionárias, a cerca de 36.000 km de altitude. A figura à esquerda representa esquematicamente uma miniantena parabólica, cuja foto está à direita, onde E é o refletor e F é o receptor, localizado num foco secundário do refletor.



a) Copie o esquema da figura da esquerda e represente o traçado da radiação eletromagnética proveniente do satélite retransmissor que incide no refletor E e se reflete, convergindo para o foco secundário F (faça um traçado semelhante ao traçado de raios de luz). Coloque nessa figura uma seta apontando para a posição do satélite.
b) Nas miniantenas parabólicas o receptor é colocado no foco secundário e não no foco principal, localizado no eixo principal do refletor, como ocorre nas antenas normais. Por quê?
(Sugestão: lembre-se que a energia captada pelo refletor da antena é diretamente proporcional à área atingida pela radiação proveniente do satélite.)